Exercice N°5 :

On considère le pendule élastique horizontal représenté sur la **figure 1**

➢ (R) : ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur $K = 40\ N.m^{-1}$.

➢ (S) : solide ponctuel de masse m = 0,2 Kg et de centre d'inertie G, attaché à l'extrémité libre du ressort (R) . A l'équilibre S se trouve au point O. O étant l'origine du repère $(O,\vec{i})$.

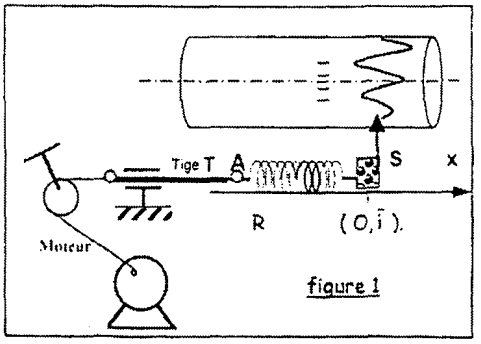

figure 1

Le moteur tourne avec la vitesse angulaire constante w. l'oscillateur est alors excité par la force $\vec{F} = F_m \sin(\omega t).\vec{i}$ avec $\mathbf{F_m=2N}$.

1°) Montrer que l'élongation ***x***, sa dérivé première $\frac{dx}{dt}$ et sa dérivée seconde $\frac{d^2x}{dt^2}$ vérifient la relation $\mathbf{m}\frac{d^2x}{dt^2} + \mathbf{h}\frac{dx}{dt} + \mathbf{k}.x = \mathbf{F}$

2°)

a- Pour $\omega = \mathbf{10 rad.s^{-1}}$ complétez à l'échelle sur la **figure 2** la construction de Fresnel.

b- Déterminer $\mathbf{X_m}$ et $\Delta\varphi = \varphi_F - \varphi_x$

c- Donner l'expression de $x(t)$ en fonction de temps ;

d- L'amplitude $\mathbf{X_m}$ est maximale pour une valeur ω_r de la pulsationω. Etablir l'expression de ω_r en fonction de ω_0, **h et m** : calculer ω_r

3°) Par une analogie avec l'oscillateur électrique

a- Déduire l'expression de l'amplitude $\mathbf{V_m}$ de la vitesse **v(t)**

b- Montrer qu'a la résonance de vitesse, on a :

- $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$.
- L'impédance mécanique $\mathbf{Z_{mec}= h.}$
- L'énergie de l'oscillateur est constante.